1. Aufgabe (Der reiche Bill):

a)

Als Lösungszahlen ergeben sich die Quadratzahlen 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49.

b)

Die Dreieckszahlen heißen 21 und 28.

c)

Mathematisch betrachtet wäre die kleinste Anzahl 1. Mit einem Sack ist er aber wohl nicht reich zu nennen.

Die nächste Zahl ist 36, denn

1+2+3+4+5+6+7+8 = 36 = 6·6.

d)

Gesucht ist nun eine Quadratzahl x^2 zwischen 1000 und 2000, die gleich der Summe ist:

$$S = 1+2+3+4+\ldots+m = \frac{m\cdot(m+1)}{2}$$

m hat die Endziffer	S hat die Endziffer	x hat die Endziffer	x^2 hat die Endziffer
0	0 oder 5	0	0
1	1 oder 6	1	1
2	3 oder 8	2	4
3	1 oder 6	3	9
4	0 oder 5	4	6
5	0 oder 5	5	5
6	1 oder 6	6	6
7	3 oder 8	7	9
8	1 oder 6	8	4
9	0 oder 5	9	1

S kann nur die Endziffern 0,1,3,5, 6 oder 8 und

x^2 nur die Endziffern 0, 1, 4, 5, 6 und 9 haben.

Die Endziffern von S und x^2 müssen jedoch übereinstimmen, können demzufolge nur 0, 1, 5 oder 6 sein.

x liegt zwischen 31 und 45, da 31·31=961 und 45·45=2025 x kann wegen der Endzifferregel nur 34, 35, 36, 39, 40 oder 41 sein.

Aus $m \cdot (m+1) = 2x^2$ folgt somit:

$2 \cdot 34^2$: kein Produkt benachbarter Zahlen

$2 \cdot 35^2 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 49 \cdot 50$

$2 \cdot 36^2$: kein Produkt benachbarter Zahlen

$2 \cdot 39^2$: kein Produkt benachbarter Zahlen

$2 \cdot 40^2$: kein Produkt benachbarter Zahlen

$2 \cdot 41^2$: kein Produkt benachbarter Zahlen

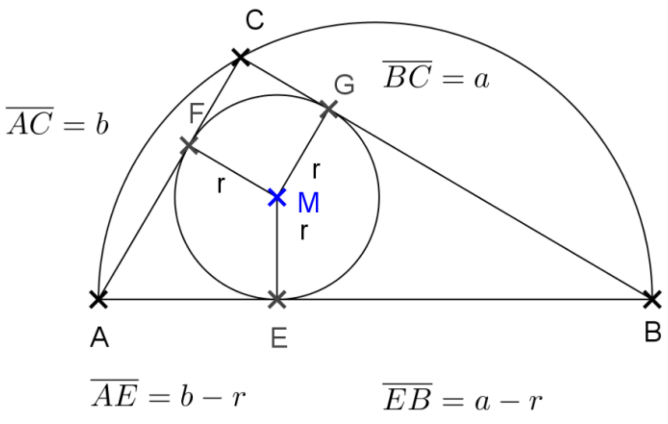
Billy G. besitzt also $49 \cdot 50 : 2 = 1225$ Goldsäcke.

e)

Hier muss man z.B. mit Hilfe einer Tabellenkalkulation ausprobieren.

Man erhält dann die Zahlen 1.413.721 und 48.024.900, die im Millionenbereich liegen. Die Zahl 41.616 ist zu klein und die Zahl 1.631.432.881 liegt bereits im Milliardenbereich.

*2. Aufgabe (***Spaß mit dem GTR***):*



Voraussetzungen sind: Dreieck *ABC* ist ein rechtwinkliges Dreieck. Die Strecken $\overline{ME} = \overline{MG} = \overline{MF} = r$ sind die Radien des Inkreises des Dreiecks *ABC*, die auf den entsprechenden Seiten senkrecht stehen. Der Durchmesser des Inkreises ist dann *2r = d*.

Für den Durchmesser des Umkreises gilt:

$\overline{AB} = D$. Aufgrund von Symmetrien gilt $\overline{AE} = \overline{AF} = b - r$ und $\overline{FC} = \overline{CG} = r$ und $\overline{EB} = \overline{GB} = a - r$.

Da der Umkreis gleichzeitig Thaleskreis ist, gilt: *b – r + a – r = D.*

Also: *b + a –* 2*r = D* bzw. mit 2*r=d* folgt: *b+a – d =D* also *b+a=D+d.*

Es ist demnach in einem rechtwinkligen Dreieck immer die Summe der Kathenlängen gleich der Summe der Längen des In- und Umkreisdruchmessers.

Aufgabe 3 (Versteckte Lösungen):

Annahme: Julius hat die Lösung nicht.

Dann wäre die Aussage 2 von Julius falsch.

Daraus folgt, dass die 3. Aussage von Julius wahr sein müsste, da von den drei Aussagen, die jeder der kleinen Brüder gemacht hat, wenigstens zwei wahr sein müssen.

Also sind alle Aussagen von Jonathan wahr.

Auch alle Aussagen von Jonas sind wahr auf Grund der 2. Aussage von Jonathan.

Wegen der 1. Aussage von Jonathan und der 2. Aussage von Jonas müsste also Julius die Lösung haben.

Das ist ein Widerspruch zur gemachten Annahme, Julius hätte nicht die Lösung.

Also hat Julius die Lösung.

Aufgabe 4 (Summ, Summ, Summe?)

Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.

Eine mögliche Lösung ist, dass man an der gestrichelten Linie die Grafik zerschneidet und verschiebt.

Weitere kreative Lösungen sind möglich und durchaus gewünscht.